

В точках мінімуму струму статора цих характеристик має місце $\cos\varphi_s = 1$. Через ці точки можна провести уявну криву, яка поділяє графіки на дві частини: ліву – режим недозбудження і праву – режим перезбудження.

В нижчих екстремумах значень струму обмотки статора маємо за (27) для заданого значення P_s при $\cos\varphi_s = 1$ мінімуми струму статора:

$$I_{s\min} = \frac{P_s}{3U_s}. \quad (70)$$

Для розрахунку характеристик задавалася низка значень струму I_f від 0 до $1,2I_{fN}$ з кроком 0,04 в.о. Але точки проходилися у зворотному порядку, починаючи з найбільших значень струму I_f . Кожного разу початкові значення струму I_s і кута β за викладеною методикою задавалися лише для перших точок, а далі для наступних точок початкові значення бралися за результатами розрахунків попередніх точок. Для кожної характеристики розрахунок точок завершувався при досягненні критичного кута навантаження $\Theta_{cr} = 90^\circ$. Все це відображено на рис. 16 і рис. 17.

Висновки.

1. Розрахунок характеристик турбогенераторів, які зв'язують електромагнітні величини, властиві різним режимам їх роботи в енергосистемі, в найбільш адекватній формі може бути виконаний чисельно-польовим методом, оскільки це зв'язано з мінімумом припущень порівняно з іншими методами.

2. Розрахунок точок характеристик ϵ , за суттю, рішенням зворотної задачі, в якій в більшості випадків є дві базові і дві варійовані величини, тому це вимагає ітераційних розрахунків і відповідних аналітичних методів для завдання перших наближень значень варійованих величин.

3. При чисельно-польових розрахунках характеристик ітераційним методом в окремих точках виникає нестійкість ітераційного процесу, наприклад, в точках при мінімальних навантаженнях або при критичному куті навантаження. Це вимагає спеціальних стабілізуючих методів коригування ітераційного процесу.

4. Залежності штатних електромагнітних величин, які зв'язуються в стандартизованих характеристиках, супроводжуються цікавими додатковими функціями електричних і кутових величин.

Список літератури

1. Вольдек А. И. Электрические машины. Машины переменного тока / А. И. Вольдек, В. В. Попов. – СПб.: Питер, 2010. – 356с.
2. Извеков В. И. Проектирование турбогенераторов / В. И. Извеков, Н. А. Серихин, А. И. Абрамов. – 2-е издание. – М.: МЭИ, 2005. – 440 с.
3. Мильх В. И. Численно-полевые расчеты электромагнитных параметров турбогенераторов / В. И. Мильх, Н. В. Полякова // Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Збірник наукових праць. Серія: Електричні машини та електромеханічне перетворення енергії. – 2014. – №38(1081). – С. 3-18.
4. Мильх В. И. Численно-полевые расчеты и анализ электромагнитных и силовых параметров и процессов в турбогенераторах: монография / В. И. Мильх. – Х.: ФОП Панов А. Н., 2017. – 204 с.
5. Meeker D. Finite Element Method Magnetics. FEMM 4.2 06Sep2007 Self-Installing Executable. – Режим доступу: <http://www.femm.info/wiki/oldversions>. – Дата звертання: 22.05.2018.

6. Мильх В. И. Система направлений и фазовых соотношений электромагнитных величин при численных расчетах магнитных полей в турбогенераторе / В. И. Мильх // Электротехника и электромеханика. – 2011. – №5. – С. 33-38.
7. Мильх В. И. Автоматизированное формирование расчетных моделей турбогенераторов для программной среды FEMM / В. И. Мильх, Н. В. Полякова // Электротехника и электромеханика. – 2015. – №4. – С. 7-14. doi: 10.20998/2074-272X.2015.4.02.
8. Мильх В. И. Численно-полевой анализ режимов возбуждения и разных видов реакции якоря в мощном турбогенераторе / В. И. Мильх, Н. В. Полякова // Электротехника и электроэнергетика. – 2013. – №1. – С. 61-69.
9. Мильх В. И. Определение электромагнитных параметров электрических машин на основе численных расчетов магнитных полей / В. И. Мильх, Н. В. Полякова // Электротехника и электромеханика. – 2006. – №2. – С. 40-46.
10. Мильх В. И. Определение электромагнитных параметров и фазовых соотношений в турбогенераторах автоматизированным расчетом магнитного поля в программной среде FEMM / В. И. Мильх, Н. В. Полякова // Электротехника и электромеханика. – 2016. – №1. – С. 20-26. doi: 10.20998/2074-272X.2016.1.05.
11. Мильх В. И. Гармонический анализ электромагнитных величин трехфазной обмотки статора турбогенератора на основе классических и численно-полевых методов / В. И. Мильх, Н. В. Полякова // Технічна електродинаміка. – 2013. – №3. – С. 40-49.
12. Мильх В. И. Организация численного расчета магнитного поля турбогенератора в режиме нагрузки с обеспечением заданных его выходных параметров / В. И. Мильх, Н. В. Полякова // Электротехника и электромеханика. – 2012. – №1. – С. 36-41.

References (transliterated)

1. Voldek A. I., Popov V. V. *Elektricheskie mashiny. Mashinyi peremennogo toka* [Electrical Machines. Machines of alternating current], SPb, Piter Publ, 2010, 356 p. (Rus)
2. Izvekov V. I., Serichin N. A., Abramov A. I. *Design of turbo-generators* [Proektirovanie turbogeneratorov]. Moscow, MEI Publ, 2005, 440 p. (Rus)
3. Milykh V. I., Polyakova N. V. Chislenno-polevyie rascheti elektromagnitnykh parametrov turbogeneratorov [Numerical-field calculations of electromagnetic parameters in turbogenerators]. *Visnik NTU «HPI». Seriya «Elektrichni mashini ta eлектromekhanichne peretvorennya energii»*. 2014, no. 38(1081), pp. 3-18. (Rus)
4. Milykh V. I. *Chislenno-polevyie rascheti i analiz jelektromagnitnykh i silovykh parametrov i processov v turbogeneratorah: monografija* [Numerical-field calculations and analysis of electromagnetic and power parameters and processes in turbogenerators: monograph]. Kharkov, FOP Panov A. N. Publ., 2017, 204 p. (Rus)
5. Meeker D. *Finite Element Method Magnetics*. FEMM 4.2 06Sep2007 Self-Installing Executable. Available at: <http://www.femm.info/wiki/oldversions>. (accessed 22.05.2018)
6. Milykh V. I. Sistema napravlenij i fazovykh sootnoshenij jelektromagnitnykh velichin pri chislennykh raschetah magnitnykh polej v turbogeneratorah [A system of directions and phase relationships for electromagnetic parameters at numerical calculations of magnetic fields in a turbogenerator]. *Elektrotehnika i elektromekhanika*, 2011, no. 5, pp. 33-38.
7. Milykh V. I., Polyakova N. V. Avtomatizirovannoe formirovanie raschetnykh modeley turbogeneratorov dlya programmnoy sredy FEMM [Automated formation of calculation models of turbogenerator for software environment FEMM]. *Elektrotehnika i Elektromekhanika – Electrical engineering & electromechanics*. 2015, no. 4, pp. 7-14. (Rus) doi: 10.20998/2074-272X.2015.4.02.
8. Milykh V. I., Polyakova N. V. Chislenno-polevoy analiz rezhimov vzbuzhdeniya i raznykh vidov reaktzii yakorya v moschnom turbogeneratorah [The numerical field analysis of excitation modes and of the different types of the armature reaction in a powerful turbogenerator]. *Elektrotehnika i elektroenergetika*. 2013, no. 1, pp. 61-69. (Rus)
9. Milykh V. I., Polyakova N. V. Opredelenie elektromagnitnykh parametrov elektricheskikh mashin na osnove chislennykh raschetov magnitnykh polej [Determination of electromagnetic parameters of electric machines based on numerical calculations of magnetic field]. *Elektrotehnika i Elektromekhanika – Electrical engineering & electromechanics*. 2006, no. 2, pp. 40-46. (Rus)

10. Milykh V. I., Polyakova N. V. Opredelenie elektromagnitnykh parametrov i fazovykh sootnoshenii v turbogeneratorach avtomatizirovanyim rastchotom magnitnogo polja v programmnoi srede FEMM [Determination of electromagnetic parameters and phase relations in turbo-generators by the automated calculation of the magnetic field in the software environment FEMM]. *Elektrotehnika i Electromekhanik – Electrical engineering & electromechanics*. 2016, no. 1, pp. 20-26. (Rus) doi: 10.20998/2074-272X.2016.1.05.
11. Milykh V. I., Polyakova N. V. Garmonicheskii analiz elektromagnitnykh velichin trekhfaznoy obmotki statora turbogeneratora na osnovе klassicheskikh i chislenno-polevykh metodov [Harmonious analysis of electromagnetic sizes three-phase winding of stators of turbo-generator on basis classic and numeral field methods]. *Tekhnichna elektrodynamika*. 2013, no 3, pp. 40–49. (Rus)
12. Milykh V. I., Polyakova N. V. Organizatsiya chislennoho rascheta magnitnogo polja turbogeneratora v rezhime nagruzki s obespecheniem zadannykh ego vyihodnykh parametrov [Organization of numerical calculation of the magnetic field of turbogenerator in the mode of loading with providing of prescribed out parameters] *Elektrotehnika i elektromekhanika*, 2012, no. 1, pp. 36-41. (Rus)

Поступила (received) 25.02.2019

Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

Теорія і практика чисельно-польового визначення електромагнітних характеристик турбогенераторів при їх роботі в енергосистемі / В. І. Мілих, С. А. Ревуженко // Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: "Електричні машини та електромеханічне перетворення енергії". – Х. : НТУ «ХПІ», 2019. – № 4 (1329). – С. 03–15. – Библиогр.: 12 назв. – ISSN 2409-9295.

Теория и практика численно-полевого определения электромагнитных характеристик турбогенераторов при их работе в энергосистеме / В. И. Милых, С. А. Ревуженко // Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: "Електричні машини та електромеханічне перетворення енергії". – Х. : НТУ «ХПІ», 2019. – № 4 (1329). – С. 03–15. – Библиогр.: 12 назв. – ISSN 2409-9295.

Theory and practice of numerical-field determination of the electromagnetic characteristics of turbogenerators with their operation in the power system / V. I. Milykh, S. A. Revuzhenko // Bulletin of NTU "KhPI". Series: "Electric machines and electromechanical energy conversion." – Kharkiv : NTU "KhPI", 2019. – No. 4 (1329). – P. 03–15. – Bibliogr.: 12. – ISSN 2409-9295.

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Мілих Володимир Іванович, доктор технічних наук, професор, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», завідувач кафедри електричних машин, тел. +38 (057)707-65-14; e-mail: mvikemkpi@gmail.com.

Милых Владимир Иванович, доктор технических наук, профессор, Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт», заведующий кафедры электрических машин, тел. +38 (057)707-65-14; e-mail: mvikemkpi@gmail.com.

Milykh Vladimir Ivanovych, Doctor of Technical Sciences, Full Professor, National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute», Chair of the Department of Electrical machines, tel. +38 (057) 707-65-14; e-mail: mvikemkpi@gmail.com.

Ревуженко Світлана Афанасіївна, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», аспірант кафедри електричних машин, тел. +38 (057)707-68-44, e-mail: sveta.revuzhenko@gmail.com.

Ревуженко Светлана Афанасьевна, Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт», аспирант кафедры электрических машин, тел. +38 (057)707-68-44, e-mail: sveta.revuzhenko@gmail.com.

Revuzhenko Svetlana Afanas'evna, National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute», Postgraduate Student at the Department of Electrical machines, tel. +38 (057) 707-68-44, e-mail: sveta.revuzhenko@gmail.com.

К. В. ЧУНИХИН

СРАВНЕНИЕ МЕТОДОВ РАСЧЕТА МАГНИТНОГО МОМЕНТА СЕРДЕЧНИКОВ ЭЛЕКТРОМАГНИТОВ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ КОСМИЧЕСКИМИ АППАРАТАМИ

Показана актуальность определения магнитного момента сердечника электромагнита постоянного тока систем управления космическими аппаратами. Сделан обзор методов расчета магнитного момента цилиндрического сердечника при помощи коэффициентов размагничивания и интегральных уравнений. Более детально рассмотрены методы, основанные на использовании коэффициентов размагничивания, сделан их сравнительный анализ, а также исследована область применения в зависимости от уровня внешнего магнитного поля и относительной длины сердечника. Отмечены недостатки метода коэффициентов размагничивания и обоснована необходимость применения метода интегральных уравнений.

Ключевые слова: магнитный момент, электромагнит постоянного тока, цилиндрический сердечник, коэффициент размагничивания, относительная длина, уровень внешнего магнитного поля.

Показано актуальність визначення магнітного моменту осердя електромагніту постійного струму систем керування космічними апаратами. Виконано огляд методів розрахунку магнітного моменту циліндричного осердя за допомогою коефіцієнтів розмагнічування та інтегральних рівнянь. Більш детально розглянуто методи, основані на використанні коефіцієнтів розмагнічування, зроблено їх порівняльний аналіз, а також досліджено область застосування в залежності від рівня зовнішнього магнітного поля і відносної довжини осердя. Відзначено недоліки методу коефіцієнтів розмагнічування і обґрунтована необхідність застосування методу інтегральних рівнянь.

Ключові слова: магнітний момент, електромагніт постійного струму, циліндричне осердя, коефіцієнт розмагнічування, відносна довжина, рівень зовнішнього магнітного поля.

The relevance of determining the magnetic moment of the core of a DC electromagnet of spacecraft control systems is shown. The review of methods for calculating the magnetic moment of a cylindrical core by demagnetizing factors and integral equations is made. Methods based on the use of demagnetizing factors are considered in more detail, their comparative analysis is made, and the field of application is investigated depending on the level of the external magnetic field and the relative length of the core. It has been established that the field of application of experimentally determined demagnetizing factors is limited by the range (60–100) of the relative length of the core and the upper limit of the level of an external magnetic field of strength 10000 A/m, and for other variants of relative lengths and levels, additional experiments are necessary. The determination of the demagnetizing factors under the assumption of the uniformity of magnetization is possible if the relative length of the core and the level of an external magnetic field exceed, respectively, the values of 100 and 40000 A/m. The use of demagnetizing factors under the assumption of constant magnetic permeability for cores of relative length not less than 60 with the level of an external magnetic field whose strength does not exceed 10000 A/m is not sufficiently substantiated, since its values may differ by an order of magnitude at different points of the core. The drawbacks of the method of demagnetization factors are noted and the necessity of using the method of integral equations is justified.

Keywords: magnetic moment, DC electromagnet, cylindrical core, demagnetizing factor, relative length, level of an external magnetic field.

Введение. Одним из важнейших элементов системы управления по ориентации космического аппарата в околоземном космическом пространстве является электромагнит постоянного тока [1]. Он состоит из цилиндрического сердечника из материала с высокой магнитной проницаемостью и соосной намагничивающей катушки. При конструировании космического аппарата возникает задача уменьшения габаритов, массы и энергопотребления его элементов, в частности для электромагнита – это определение оптимальных размеров сердечника, обмоточных данных катушки для достижения требуемого значения его магнитного момента. Магнитный момент электромагнита определяется суммой [1]

$$\vec{M}_{em} = \vec{M} + \vec{M}_c,$$

где \vec{M} , \vec{M}_c – магнитные моменты сердечника и катушки электромагнита.

Магнитный момент катушки можно определить аналитически. Вектор \vec{M} рассчитывают по такой формуле:

$$\vec{M} = \int_V \vec{J}(M) dV_M, \quad (1)$$

где $\vec{J}(M)$ – намагниченность сердечника; V , dV_M –

объем сердечника и его элемент с центром в точке M с текущими координатами.

Для определения \vec{M} необходимо рассчитать магнитостатическое поле сердечника, расположенного во внешнем поле намагничивающей катушки.

Краткий обзор литературы. Получили развитие такие методы расчета магнитостатического поля цилиндрического сердечника, расположенного в однородном магнитном поле: метод, основанный на применении коэффициентов размагничивания [1–5] и метод интегральных уравнений [6–9]. В [2] описан аналитический расчет коэффициентов размагничивания при допущении однородности намагничивания. В [1, 3] для учета неоднородности намагничивания на основе экспериментальных данных получены эмпирические формулы для определения коэффициентов размагничивания. Однако, как будет показано, их область применения достаточно ограничена относительной длиной сердечника и уровнем внешнего магнитного поля. В [4, 5] коэффициенты размагничивания определены при допущении постоянства магнитной проницаемости по всему объему сердечника. В [6–8] при таком же допущении численно решены интегральные уравнения относительно поверхностной плотности фиктивных магнитных зарядов [6, 7] и нормальной проекции вектора намагниченности [8]. Причем в [6, 7] исследовано влияние относительной длины и маг-

© К.В. Чунин, 2019

нитной проницаемости сердечника на коэффициенты размагничивания, а в [8] проведено сравнение с методом конечных элементов путем сопоставления соответствующих значений индукции магнитного поля внутри сердечника при разных магнитных проницаемостях. В [9], используя метод интегральных уравнений относительно касательной проекции вектора намагниченности [10], проведен расчет магнитостатического поля сердечника с учетом нелинейности материала. Для учета нелинейности материала в этой работе сердечник разбивали на кольцевые элементы, в границах каждого элемента которых проекции вектора намагниченности принимались постоянными. Максимальное значение магнитной проницаемости материалов, используемых в работе [9], относительно невелико, как и невелико относительное ее изменение по объему сердечника, что нехарактерно для материала сердечника электромагнита постоянного тока системы управления космическими аппаратами.

Цель работы – анализ и сравнение методов расчета магнитного момента цилиндрического сердечника с использованием коэффициентов размагничивания, а также определение области возможного применения каждого из них в зависимости от уровня внешнего магнитного поля и относительной длины сердечника.

Общие положения определения магнитного момента сердечника при помощи коэффициентов размагничивания. Рассмотрим цилиндрический сердечник длиной b радиуса R из пермаллоя 50Н, расположенный соосно с внешним постоянным однородным магнитным полем напряженностью \vec{H}_0 в неограниченном немагнитном и непроводящем пространстве (рис. 1). Авторы работ [1–5] принимают следующие допущения: векторы напряженности и индукции магнитного поля, намагниченности имеют только осевые проекции H_z , B_z и J_z (далее индекс z опускаем); в поперечных сечениях сердечника величины H , B и J постоянны, а их значения принимают за усредненные в этих сечениях.

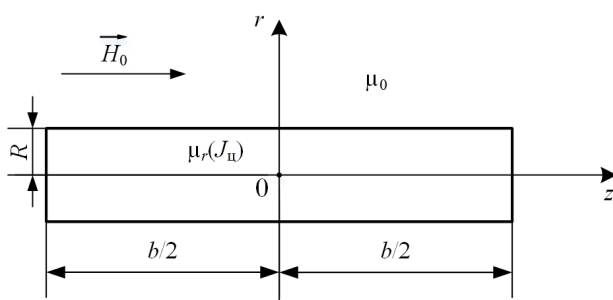


Рис. 1 – Меридианное сечение сердечника

Известно, что коэффициент размагничивания N эллипсоида вращения, главная ось которого совпадает с направлением вектора напряженности \vec{H}_0 , зависит только от соотношения осей эллипсоида, а магнитное состояние описывается уравнением [11]

$$H = H_0 - NJ,$$

в котором величины H , J и N не зависят от координат точки наблюдения внутри эллипсоида.

Коэффициенты размагничивания для ферромагнитных тел цилиндрической формы, в отличие от тел формы эллипсоида вращения, даже в однородном намагничивающем магнитном поле зависят от координат точки наблюдения и магнитных свойств материала [1]. Поэтому рассматривают два уравнения [1, 7]:

$$H_{\text{ц}} = H_0 - N_{\text{ц}} J_{\text{ц}}; \quad (2)$$

$$H_{\text{с}} = H_0 - N_{\text{с}} J_{\text{с}}, \quad (3)$$

где $J_{\text{ц}}$ и $J_{\text{с}}$, $H_{\text{ц}}$ и $H_{\text{с}}$ – средние по центральному сечению и объему сердечника намагниченности J и напряженности H ;

$N_{\text{ц}}$ и $N_{\text{с}}$ – центральный (баллистический) и средний (магнитометрический) коэффициенты размагничивания [1, 7, 11].

Рассмотрим метод определения магнитного момента сердечника, предлагаемый в работе [1]. Кривая намагничивания для материала сердечника пермаллоя 50Н аппроксимирована зависимостью

$$H(J) = cJ/(a - J), \quad (4)$$

где $a = 1,25 \cdot 10^6$ А/м, $c = 40$ А/м.

Приравнивая правые части (2) и (4), получаем формулу для величины $J_{\text{ц}}$:

$$J_{\text{ц}} = \frac{1}{2N_{\text{ц}}} \left[(N_{\text{ц}}a + H_0 + c) - \sqrt{(N_{\text{ц}}a + H_0 + c)^2 - 4N_{\text{ц}}H_0a} \right]. \quad (5)$$

Для установления связи между величинами $J_{\text{ц}}$ и $J_{\text{с}}$ предлагают приравнять правые части (2) и (3), тогда она имеет вид:

$$J_{\text{ц}}N_{\text{ц}} = J_{\text{с}}N_{\text{с}}. \quad (6)$$

Такая связь справедлива, если абсолютные значения $H_{\text{ц}}$ и $H_{\text{с}}$ много меньше, чем значения H_0 , $N_{\text{ц}}J_{\text{ц}}$, $N_{\text{с}}J_{\text{с}}$. Но это относится к сердечникам относительной длины $b/R < 20$, магнитный момент которых относительно мал. Поэтому выражение (6) не вполне корректное, особенно для сердечников с относительной длиной $b/R > 60$. Далее мы покажем, что существует связь, подобная (6), которую как раз применяют в [1]. Используя соотношение (6) совместно с (5), окончательно получим:

$$J_{\text{с}} = \frac{1}{2N_{\text{с}}} \left[(N_{\text{ц}}a + H_0 + c) - \sqrt{(N_{\text{ц}}a + H_0 + c)^2 - 4N_{\text{ц}}H_0a} \right]. \quad (7)$$

В силу осевой симметрии поля, а также принятых допущений, магнитный момент сердечника будет иметь только осевую проекцию, тогда исходя из формулы (1) эта проекция определяется следующим образом:

$$M_z = J_c \cdot \pi R^2 b. \quad (8)$$

Таким образом, если известны значения $N_{ц}$ и N_c , то расчет магнитного момента сердечника сводится к определению величин J_c и M_z по формулам (7) и (8). Ниже детально описаны методы определения коэффициентов $N_{ц}$ и N_c .

Определение коэффициента $N_{ц}$ при допущении однородности намагничивания. Для этого метода принимают еще одно допущение: значение J постоянно по всему объему сердечника. Это допущение возможно в случае, если внешнее магнитное поле настолько велико, что результирующее магнитное поле соответствует участку насыщения кривой намагничивания материала преобладающей части сердечника. Второй случай – это когда относительная длина сердечника высока настолько, что при некотором уровне H_0 напряженность H будет также соответствовать участку насыщения кривой намагничивания для большей части сердечника. Тогда $J_{ц} = J_c$ и для расчета магнитного момента M_z необходимо только определить коэффициент $N_{ц}$. Аналитическая формула расчета такого коэффициента для однородно намагниченного цилиндра в однородном магнитном поле впервые была предложена в работе [2]:

$$N_{ц} = 1 - \frac{b}{\pi k R} [K(k) - E(k)], \quad (9)$$

где $K(k)$ и $E(k)$ – полные эллиптические интегралы первого и второго рода модуля k [12];

$$k = [1 + b^2 / (16R^2)]^{1/2}.$$

В этом случае магнитный момент рассчитывается помощи выражения (8) с учетом (5) и $J_{ц} = J_c$.

Определение коэффициентов $N_{ц}$ и \tilde{N}_c неоднородно намагниченных сердечников на основе экспериментальных данных. Для определения коэффициента $N_{ц}$ в работе [3] использовалась формула для коэффициента размагничивания эллипсоида вращения с поправочным множителем, полученного на основе экспериментальных определений коэффициентов $N_{ц}$ для сердечников разной относительной длины из материала высокой магнитной проницаемости. Она имеет следующий вид:

$$N_{ц} = \frac{4R^2}{b^2 - 4R^2} \left[\frac{b}{\sqrt{b^2 - 4R^2}} \ln \left(3 \frac{b + \sqrt{b^2 - 4R^2}}{10R} \right) - 1 \right]. \quad (10)$$

При определении коэффициента N_c используют характер распределения индукции B вдоль оси сердечника. Это распределение в работе [13] описано в виде степенного ряда

$$B(z) = B_{ц} \left[1 - C_1 \left(\frac{2z}{b} \right)^2 - C_2 \left(\frac{2z}{b} \right)^4 - \dots \right], \quad (11)$$

где C_1, C_2, \dots – функции магнитной восприимчивости;

$B_{ц}$ – средняя по центральному сечению индукция B .

Учитывая, что $J \gg H$ для рабочего участка кривой намагничивания (4), можно перейти из (11) к зависимости для намагниченности J , имеем:

$$J(z) = J_{ц} \left[1 - C_1 \left(\frac{2z}{b} \right)^2 - C_2 \left(\frac{2z}{b} \right)^4 - \dots \right]. \quad (12)$$

Ввиду сложности определения функций C_1, C_2, \dots , в [3] ограничиваются первыми двумя членами степенного ряда (12), дающие достаточную точность для инженерных расчетов:

$$J(z) = J_{ц} \left[1 - C_1 \left(\frac{2z}{b} \right)^2 \right]. \quad (13)$$

Тогда интегрируя по z от $-b/2$ до $b/2$ левую и правую части выражения (13), деленные на b , получим выражение для величины J_c :

$$J_c = J_{ц} \left(1 - \frac{C_1}{3} \right).$$

Сопоставляя последнее выражение и связь (6), введем коэффициент \tilde{N}_c , равный

$$\tilde{N}_c = \frac{N_{ц}}{1 - C_1/3}, \quad (14)$$

тогда получим связь, подобную (6):

$$J_{ц} N_{ц} = J_c \tilde{N}_c. \quad (15)$$

Заметим, что в общем случае значение \tilde{N}_c не равно N_c . Их значения будут близки при относительной длине $b/R < 20$ и сильно отличаться (более чем в два раза) при $b/R > 60$. Именно соотношение (15), а не (6) использовалось в работе [1], а в формуле (7) вместо коэффициента N_c использовалось \tilde{N}_c . Значения C_1 лежат в диапазоне 0,6–0,9 в зависимости от магнитной проницаемости материала. Для пермаллоя 50Н при $b/R = (60–100)$ значение $C_1 = 0,6$ [1], однако в [3] указывается, что $C_1 \approx 0,8–0,85$ для $b/R = 104,4$. Как видим, возникает противоречие в значениях C_1 .

Аналитическое определение коэффициента \tilde{N}_c неоднородно намагниченных сердечников при допущении постоянства магнитной проницаемости. В связи с такими разночтениями в значениях C_1 и необходимостью проведения экспериментов для разных материалов, в работе [4], основываясь на проведенных экспериментах и численных расчетах при помощи метода интегральных уравнений [10] для различных материалов и относительных длин сердечников при разных уровнях внешнего магнитного поля, получили следующую формулу для распределения намагниченности J :

$$J(z) = J_u \left[1 - \frac{F(z, b, R, H_0, H_{cs}) \left(\frac{2z}{b} \right)^2}{1 + 3,4R/b} \right], \quad (16)$$

где $F(z, b, R, H_0, H_{cs})$ – корректирующая функция, определяющаяся как

$$F = 1 - \frac{1}{1 + f_1 f_2} + \frac{1}{1 + f_1 f_2 + f_3} \left(\frac{2z}{b} \right)^4;$$

f_1, f_2, f_3 – некоторые функции;

$$f_1 = \left[\frac{B(H_0)}{\mu_0 H_0} \right]^2; \quad f_2 = \left[2 \frac{b}{R} + 0,6 \cdot 10^{-5} \left(\frac{b}{R} \right)^2 \frac{B(H_0)}{\mu_0 H_{cs}} \right]^2;$$

$$f_3 = \frac{b}{R} \left[\frac{\mu_0 H_0}{B(H_0)} \right].$$

В функциях f_1, f_2, f_3 величина H_{cs} – коэрцитивная сила, μ_0 – магнитная постоянная, $B(H_0)$ – магнитная индукция материала сердечника в замкнутой магнитной цепи при намагничивающем магнитном поле H_0 .

Проведя аналогичное действие по усреднению намагниченности J по объему сердечника для формулы (16) как для (13), получим выражение для величины J_c :

$$J_c = J_u \left\{ 1 - \frac{1}{1 + 3,4R/b} \left[\frac{1}{3} - \frac{1}{3(1 + f_1 f_2)} + \frac{1}{7(1 + f_1 f_2 + f_3)} \right] \right\}.$$

Для сердечника из пермаллоя 50Н, последнюю формулу можно упростить. Поскольку $H_{cs} = 0$ (сердечник не перенасыщаем), тогда функция $f_2 = 0$ и

$$J_c = J_u \left[1 - \frac{1}{7(1 + 3,4R/b)(1 + f_3)} \right]. \quad (17)$$

В этом случае коэффициент \tilde{N}_c получим из (15) и (17):

$$\tilde{N}_c = N_u \left[1 - \frac{1}{7(1 + 3,4R/b)(1 + f_3)} \right]^{-1}. \quad (18)$$

Значение $B(H_0)$, используемое для расчета функции f_3 , определим при помощи кривой намагничивания (4) и связи между величинами B , J и H на основе модели намагничивания молекулярными токами [14]

$$B = \mu_0 (H + J), \quad (19)$$

имеем:

$$B(H_0) = \mu_0 H_0 [1 + a/(H_0 + c)].$$

В работе [5], используя метод эквивалентной электрической цепи, получено распределение магнитного потока по сечениям вдоль сердечника. Оно имеет следующий вид:

$$\Phi(z) = \Phi_u \left(1 - K_b \operatorname{sh}^2 \frac{\gamma_b z}{2} \right), \quad (20)$$

где Φ_u – магнитный поток в центральном поперечном сечении сердечника;

K_b, γ_b – функции, которые определяются как

$$K_b = \frac{2\beta_b}{\beta_b \left(\operatorname{ch} \frac{\gamma_b b}{2} - 1 \right) + \frac{\gamma_b b}{2} \operatorname{sh} \frac{\gamma_b b}{2}},$$

$$\gamma_b = \frac{1}{R} \sqrt{2m_b / \mu_r(J_u)}.$$

В функциях K_b, γ_b коэффициенты β_b и m_b определяются следующим образом:

$$\beta_b = \frac{b}{2R} m_b m_R; \quad m_b = \frac{4R^2}{b^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(2 \operatorname{arsh} \frac{b}{2R} \right)^{2n}}{2n \cdot (2n)!},$$

где коэффициент m_R равен

$$m_R = \frac{b}{R} + 1 - \sqrt{\frac{b^2}{R^2} + 1}.$$

Для определения зависимости $\mu_r(J_u)$ (рис. 1) используем кривую намагничивания (4) и связь (19), имеем:

$$\mu_r(J_u) = 1 + (a - J_u)/c.$$

Среднее по длине сердечника значение магнитного потока имеет вид [5]:

$$\Phi_c = \Phi_u \left\{ 1 - \frac{K_b}{2} \left[\left(\operatorname{sh} \frac{\gamma_b b}{2} \right) / \left(\frac{\gamma_b b}{2} \right) - 1 \right] \right\}. \quad (21)$$

В силу принятого допущения о постоянстве величин H, B, J по сечениям сердечника, связи магнитного потока Φ с индукцией B и того, что $J \gg H$, получим выражение

$$J_c = J_u \left\{ 1 - \frac{K_b}{2} \left[\left(\operatorname{sh} \frac{\gamma_b b}{2} \right) / \left(\frac{\gamma_b b}{2} \right) - 1 \right] \right\},$$

из которого определим коэффициент \tilde{N}_c , используя (15):

$$\tilde{N}_c = N_u \left\{ 1 - \frac{K_b}{2} \left[\left(\operatorname{sh} \frac{\gamma_b b}{2} \right) / \left(\frac{\gamma_b b}{2} \right) - 1 \right] \right\}^{-1}. \quad (22)$$

Сравнение методов и определение области их возможного применения. Введем такую нумерацию рассмотренных выше методов расчета магнитного момента при помощи коэффициентов размагничивания: 1 – метод, основанный на допущении однородности намагничивания сердечника; 2 и 3 – методы, основанные на экспериментальных данных при $C_1 = 0,6$ и $C_1 = 0,8$ (см. формулу (14)); 4 и 5 – методы, основанные на допущении постоянства магнитной проницаемости по формулам (18) и (22). В таблице 1 представлены результаты расчета магнитного момента M_z вы-

шеописанными методами при разных b и H_0 , а на рис. 2–4 – зависимости $M_z(H_0)$ при разных b . Радиус сердечника принят постоянным и равным $R = 5$ мм.

Таблица 1 – Значения M_z , рассчитанного разными методами при разных b, H_0

Метод	$b, \text{мм}; b/R$	$H_0, \text{А/м}$					
		1000	2000	5000	10000	20000	50000
1	40; 8	0,11	0,22	0,55	1,09	2,19	3,92
	80; 16	0,82	1,64	4,08	7,51	7,82	7,85
	165; 33	6,89	13,03	15,97	16,12	16,16	16,19
	330; 66	29,86	31,52	32,11	32,26	32,33	32,37
	500; 100	46,64	47,99	48,68	48,89	48,99	49,05
	1000; 200	94,17	96,19	97,39	97,78	97,98	98,10
2	40; 8	0,06	0,12	0,31	0,62	1,25	3,04
	80; 16	0,25	0,50	1,24	2,48	4,93	6,27
	165; 33	1,41	2,81	7,00	12,52	12,91	12,95
	330; 66	8,26	16,27	25,41	25,77	25,86	25,90
	500; 100	23,80	36,63	38,82	39,09	39,18	39,24
	1000; 200	73,29	76,55	77,85	78,21	78,38	78,48
3	40; 8	0,06	0,11	0,29	0,57	1,14	2,79
	80; 16	0,23	0,45	1,14	2,27	4,52	5,75
	165; 33	1,29	2,58	6,42	11,48	11,84	11,87
	330; 66	7,57	14,91	23,29	23,62	23,70	23,74
	500; 100	21,82	33,58	35,59	35,83	35,92	35,97
	1000; 200	67,18	70,17	71,36	71,69	71,85	71,94
4	40; 8	0,07	0,14	0,35	0,71	1,42	3,51
	80; 16	0,27	0,55	1,38	2,77	5,58	7,27
	165; 33	1,54	3,08	7,75	14,04	14,76	15,26
	330; 66	8,99	17,84	28,35	29,34	30,17	31,13
	500; 100	25,96	40,35	43,74	45,10	46,36	47,65
	1000; 200	80,58	85,55	89,73	92,47	94,66	96,51
5	40; 8	0,06	0,13	0,32	0,65	1,29	3,15
	80; 16	0,24	0,49	1,22	2,44	4,87	6,30
	165; 33	1,33	2,65	6,61	11,85	12,51	13,21
	330; 66	7,51	14,79	23,48	24,65	26,01	28,15
	500; 100	21,26	33,00	36,50	38,71	41,29	44,47
	1000; 200	65,84	71,74	79,06	84,63	89,24	93,27

Видим, что наибольшие значения магнитного момента M_z получаются по методу 1 (рис. 2–4, кривые 1, 6), причем максимальные расхождения в его значениях по сравнению с другими методами наблюдаются при относительной длине $b/R < 20$ и напряженности $H_0 < (2000–5000)$ А/м. Начиная с $b/R > 100$ и $H_0 > 40000$ А/м можно говорить о применимости этого метода в некотором приближении, причем относительные расхождения в значениях M_z по сравнению с другими методами лежат в пределах (4–36) %. Значения M_z , рассчитанные при помощи методов 2 и 3 при увеличении $H_0 > 10000$ А/м практически не изменяются (рис. 3, кривые 7, 8), что является физически обоснованным, поскольку сердечник еще не находится в состоянии насыщения, об этом свидетельствует кривая 6 рис. 3, которая показывает уровень насыщения. Такое поведение кривых 7, 8 рис. 3 объясняется тем, что распределение намагниченности J по сечениям сердечника для метода 2 и 3 описывается только двумя первыми членами степенного ряда (12), однако при постепенном насыщении центральной части сердечника форма его распределения имеет более сложный вид, которую необходимо описывать большим числом членов степенного ряда (12). Поэтому область возможного применения, помимо диапазона $b/R = (60–$

100) для методов 2 и 3 указанного в [1, 3], ограничивается еще условием $H_0 < 10000$ А/м. Для последних двух методов наблюдается похожее поведение кривых зависимостей $M_z(H_0)$, но при этом значения M_z метода 4 (рис. 2–4, кривые 4, 9) всегда больше значений M_z метода 5 (рис. 2–4, кривые 5, 10), а расхождения в значениях M_z для метода 5 меньше, чем для метода 4 по отношению к методу 2 в котором он применим [1] (рис. 2, кривые 2, 5 и 7, 10; рис. 3, кривые 2, 5). Преимуществом 4-го и 5-го методов над 2-м и 3-м является тот факт, что при больших уровнях H_0 кривые 4-го и 5-го методов, в отличие от кривых 2-го и 3-го изменяются (см. рис. 4, кривые 4, 5 в сравнении с кривыми 2, 3 при $H_0 > 10000$ А/м или кривые 9, 10 в сравнении с кривыми 7, 8 при $H_0 > 5000$ А/м). Таким образом, метод 5 из рассмотренных является наиболее пригодным для расчета магнитного момента сердечника электромагнита с применением коэффициентов размагничивания.

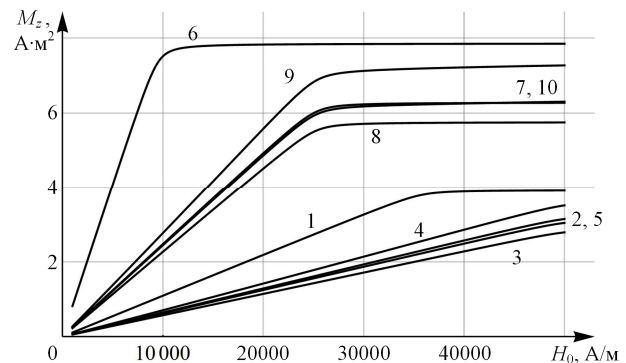


Рис. 2 – Кривые зависимостей $M_z(H_0)$ для $b = 40$ мм (кривые 1–5) и для $b = 80$ мм (кривые 6–10): кривые 1 и 6, 2 и 7, 3 и 8, 4 и 9, 5 и 10 рассчитаны при помощи методов 1–5 соответственно

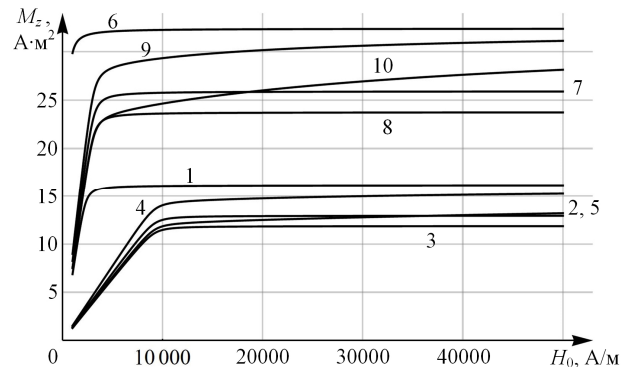


Рис. 3 – Кривые зависимостей $M_z(H_0)$ для $b = 165$ мм (кривые 1–5) и для $b = 330$ мм (кривые 6–10): кривые 1 и 6, 2 и 7, 3 и 8, 4 и 9, 5 и 10 рассчитаны при помощи методов 1–5 соответственно

Анализ результатов расчета магнитного момента цилиндрического сердечника позволяет выделить следующие недостатки методов, основанных на применении коэффициентов размагничивания. Первый – это возможность расчета распределения только средних по сечениям осевых проекций векторов намагниченности, индукции и напряженности магнитного поля при условии однородности внешнего намагничивающего поля. В реальных электромагнитах внешнее поле неоднородно, причем степень неоднородности возрастает